6.1 Доказать, что ортоцентр тупоугольного треугольника является центром вневписанной окружности к ортотреугольнику.

6.2 Доказать, что биссектриса угла в треугольнике лежит между медианой и высотой, проведенными из вершины того же угла.

6.3 В остроугольном треугольнике проведены высоты AA_1, BB_1, CC_1. Доказать, что если $A_1B_1 \parallel AB$ и $B_1C_1 \parallel BC$, то $A_1C_1 \parallel AC$.

Прямоугольный треугольник. Обозначения: a и b — катеты; c — гипотенуза; a_1, b_1 — проекции катетов на гипотенузу; h, m — высота и медиана, соответственно, опущенные на гипотенузу, r и R — радиусы вписанной и описанной окружностей.

6.4 Доказать, используя подобие:

а) $h^2 = a_1b_1$; б) $a^2 = a_1c$; в) $a^2 + b^2 = c^2$; г) $\dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a^2}{b^2}$.

6.5 Доказать: а) $r = \dfrac{a+b-c}{2}$; б) $r + R = \dfrac{a+b}{2}$.

6.6 Прямоугольный треугольник разбит высотой на два подобных ему треугольника. Даны а) периметры, б) биссектрисы, в) медианы, г) высоты, д) радиусы вписанных окружностей, е) радиусы описанных окружностей для двух маленьких треугольников. Найти, соответственно, а) периметр, б) биссектрису, в) медиану, г) высоту, д) радиус вписанной окружности, е) радиус описанной окружности для большого треугольника.

6.7 Найти гипотенузу прямоугольного треугольника, зная радиусы вписанной и вневписанной окружностей, касающихся гипотенузы.

6.8* Доказать, что необходимым и достаточным условием того, чтобы треугольник был прямоугольным, является равенство
$2R + r = p$.

6.9# Вывести из теоремы косинусов на единичной окружности формулу для $\cos(x - y)$ (+ Следствия).

ЦО №1434 **Прямоугольные треугольники** **15 ноября 2008 года**
9 класс **Листок 6**

6.1 Доказать, что ортоцентр тупоугольного треугольника является центром вневписанной окружности к ортотреугольнику.

6.2 Доказать, что биссектриса угла в треугольнике лежит между медианой и высотой, проведенными из вершины того же угла.

6.3 В остроугольном треугольнике проведены высоты AA_1, BB_1, CC_1. Доказать, что если $A_1B_1 \parallel AB$ и $B_1C_1 \parallel BC$, то $A_1C_1 \parallel AC$.

Прямоугольный треугольник. Обозначения: a и b — катеты; c — гипотенуза; a_1, b_1 — проекции катетов на гипотенузу; h, m — высота и медиана, соответственно, опущенные на гипотенузу, r и R — радиусы вписанной и описанной окружностей.

6.4 Доказать, используя подобие:

а) $h^2 = a_1b_1$; б) $a^2 = a_1c$; в) $a^2 + b^2 = c^2$; г) $\dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a^2}{b^2}$.

6.5 Доказать: а) $r = \dfrac{a+b-c}{2}$; б) $r + R = \dfrac{a+b}{2}$.

6.6 Прямоугольный треугольник разбит высотой на два подобных ему треугольника. Даны а) периметры, б) биссектрисы, в) медианы, г) высоты, д) радиусы вписанных окружностей, е) радиусы описанных окружностей для двух маленьких треугольников. Найти, соответственно, а) периметр, б) биссектрису, в) медиану, г) высоту, д) радиус вписанной окружности, е) радиус описанной окружности для большого треугольника.

6.7 Найти гипотенузу прямоугольного треугольника, зная радиусы вписанной и вневписанной окружностей, касающихся гипотенузы.

6.8* Доказать, что необходимым и достаточным условием того, чтобы треугольник был прямоугольным, является равенство
$2R + r = p$.

6.9# Вывести из теоремы косинусов на единичной окружности формулу для $\cos(x - y)$ (+ Следствия).