7.1 Даны стороны a, b, c треугольника. Найти все медианы, биссектрисы и высоты.

7.2 Доказать, что в треугольнике со сторонами a, b, c сумма квадратов длин медиан равна $\dfrac{3(a^2+b^2+c^2)}{4}$.

7.3 Длины сторон параллелограмма равны a и b. Длины диагоналей равны m и n. Доказать, что $a^4+b^4=(mn)^2$ тогда и только тогда, когда острый угол параллелограмма равен $45°$.

7.4 Доказать, что медианы AA_1 и BB_1 треугольника ABC перпендикулярны тогда и только тогда, когда $a^2+b^2=5c^2$.

7.5 Пусть O — центр описанной окружности неправильного треугольника , M — точка пересечения медиан. Доказать, что прямая OM перпендикулярна медиане CC_1 тогда и только тогда, когда $a^2+b^2=2c^2$.

7.6 а) Доказать, что $\dfrac{a+b-c}{a+b+c}=\operatorname{tg}(\frac{\alpha}{2})\operatorname{tg}(\frac{\beta}{2})$.

б) Доказать, что $\cos^2(\frac{\alpha}{2})=\dfrac{p(p-a)}{bc}$.

7.7* Выразить длину внешней биссектрисы угла A в треугольнике ABC через b, c и α.

7.8 Доказать формулу для биссектрисы к стороне a:

$$l_a=\frac{2bc\cos(\frac{\alpha}{2})}{b+c}=\sqrt{\frac{4p(p-a)bc}{(b+c)^2}}.$$

7.9 В треугольнике ABC проведена биссектриса AX и средняя линия A_1B_1 (параллельная AB). Прямые AX и A_1B_1 пересекаются в точке K. Доказать, что $2A_1K=|b-c|$.

7.10 В треугольник вписана окружность радиуса r. Касательные к этой окружности, параллельные сторонам треугольника, отсекают от него три маленьких треугольника. r_1, r_2, r_3 — радиусы вписанных окружностей для этих треугольников. Доказать, что $r_1+r_2+r_3=r$.

ЦО №1434 9 класс | Теорема косинусов. Теорема синусов. | 22 ноября 2008 года Листок 7

7.1 Даны стороны a, b, c треугольника. Найти все медианы, биссектрисы и высоты.

7.2 Доказать, что в треугольнике со сторонами a, b, c сумма квадратов длин медиан равна $\dfrac{3(a^2+b^2+c^2)}{4}$.

7.3 Длины сторон параллелограмма равны a и b. Длины диагоналей равны m и n. Доказать, что $a^4+b^4=(mn)^2$ тогда и только тогда, когда острый угол параллелограмма равен $45°$.

7.4 Доказать, что медианы AA_1 и BB_1 треугольника ABC перпендикулярны тогда и только тогда, когда $a^2+b^2=5c^2$.

7.5 Пусть O — центр описанной окружности неправильного треугольника , M — точка пересечения медиан. Доказать, что прямая OM перпендикулярна медиане CC_1 тогда и только тогда, когда $a^2+b^2=2c^2$.

7.6 а) Доказать, что $\dfrac{a+b-c}{a+b+c}=\operatorname{tg}(\frac{\alpha}{2})\operatorname{tg}(\frac{\beta}{2})$.

б) Доказать, что $\cos^2(\frac{\alpha}{2})=\dfrac{p(p-a)}{bc}$.

7.7* Выразить длину внешней биссектрисы угла A в треугольнике ABC через b, c и α.

7.8 Доказать формулу для биссектрисы к стороне a:

$$l_a=\frac{2bc\cos(\frac{\alpha}{2})}{b+c}=\sqrt{\frac{4p(p-a)bc}{(b+c)^2}}.$$

7.9 В треугольнике ABC проведена биссектриса AX и средняя линия A_1B_1 (параллельная AB). Прямые AX и A_1B_1 пересекаются в точке K. Доказать, что $2A_1K=|b-c|$.

7.10 В треугольник вписана окружность радиуса r. Касательные к этой окружности, параллельные сторонам треугольника, отсекают от него три маленьких треугольника. r_1, r_2, r_3 — радиусы вписанных окружностей для этих треугольников. Доказать, что $r_1+r_2+r_3=r$.