

Листок 9. Проекция на прямую и на плоскость.

1. Плоскость XYZ делит ребра AA', A'B' и B'C' единичного куба ABCDA'B'C'D' в отношении $\frac{AX}{XA'} = \frac{1}{1}$, $\frac{A'Y}{YB'} = \frac{2}{1}$, $\frac{B'Z}{ZC'} = \frac{1}{2}$.
а) Найти, в каком отношении эта плоскость делит остальные ребра куба (или их продолжения)
б) Найти, в каком отношении эта плоскость делит следующие отрезки (или их продолжения): AC', BD', OD', где O - центр грани ABCD.
2. Плоскость XYZ делит ребра AA', CC' и B'C' единичного куба ABCDA'B'C'D' в отношении $\frac{AX}{XA'} = \frac{3}{1}$, $\frac{CY}{YC'} = \frac{1}{2}$, $\frac{B'Z}{ZC'} = \frac{1}{3}$.
а) Найти, в каком отношении эта плоскость делит остальные ребра куба (или их продолжения)
б) Найти, в каком отношении эта плоскость делит следующие отрезки (или их продолжения): A'C, B'D, MD', где M - середина ребра AB.
3. В кубе ABCDA'B'C'D' проведен общий перпендикуляр MN к прямым A'B и B'C (точка M лежит на прямой A'B). Найти отношение A'M:MB. (Указание: рассмотреть проекцию куба на плоскость, перпендикулярную AC')
4. Плоскость, проходящая через середины ребер AB и CD тетраэдра ABCD, пересекает ребра AD и BC в точках L и N, причем BC=4CN. Найти AD:DL. (Указание: рассмотреть проекцию тетраэдра на плоскость, перпендикулярную бимедиане ребер AB и CD)
5. Доказать, что площадь проекции куба с ребром 1 на плоскость, равна длине его проекции на прямую, перпендикулярную этой плоскости.
6. На диагонали AC' параллелепипеда ABCDA'B'C'D' взята точка M, а на прямой B'C - точка N так, что отрезки MN и BD параллельны. Найти их отношение. (Указание: рассмотреть проекцию параллелепипеда на плоскость, перпендикулярную прямой B'C)
7. На прямой l в пространстве последовательно взяты такие точки A,B и C, что AB=10 и BC=22, а расстояния от этих точек до прямой m равны 12,13 и 20 соответственно. Найти расстояние между прямыми l и m.
8. Основанием пирамиды SABCD служит квадрат ABCD со стороной 15, а радиус вписанного в пирамиду шара равен 3. Найти высоту пирамиды, если она совпадает с ребром SA.
9. Вершины квадрата ABCD со стороной 25/4 лежат на сфере. Параллельные друг другу прямые проходят через точки A,B,C,D и повторно пересекают сферу в точках A',B',C',D' соответственно. Найти DD', если AA'=2, BB'=10 и CC'=6.
10. Три шара радиусов 1,2 и 5 расположены так, что каждый из них касается двух других и двух данных плоскостей. Найти расстояние между точками касания меньшего из этих шаров с плоскостями.