

Программа теоретической части курса „Стереометрия“

в 10 физико-математическом классе „Б“ в 2005/2006 учебном году
учитель (лектор) — Друца Алексей Валерьевич

1. Аксиомы стереометрии. Их простейшие следствия. Основные определения о прямых и плоскостях. Полупространство. Признак параллельности прямой и плоскости. Утверждения о взаимном расположении прямых и плоскостей (4 штуки).
2. Признак параллельности плоскостей. Утверждение об общей точке трёх попарно пересекающихся плоскостей.
3. Теоремы о транзитивности параллельности прямых и плоскостей.
4. 3 теоремы об одновременном пересечении параллельных прямых/плоскостей другой прямой/плоскостью. Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями. Пересечение двух пар параллельных плоскостей.
5. 2 теоремы о прямых и плоскостях, параллельных данной плоскости и проходящих через заданную точку. Признак скрещивающихся прямых. Теорема о плоскостях, проходящих через две скрещивающиеся прямые.
6. Параллельная проекция на плоскость: определение, её свойства (5 штук). Параллельная проекция на прямую: определение, её свойства (5 штук).
7. Центральная проекция на плоскость: определение, её свойства (2 штуки). Сложное отношение, его сохранение при центральной проекции.
8. Угол между прямыми (определение и его корректность). Перпендикулярность прямой и плоскости: определение, признак.
9. Ортогональная проекция на плоскость. Теорема о трёх перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью. Теорема об угле между прямой и плоскостью.
10. Двугранный угол: определение, линейный угол, величина. Угол между плоскостями. Критерий перпендикулярности двух плоскостей. 2 утверждения о прямой и двух перпендикулярных плоскостях.
11. Связь параллельности и перпендикулярности плоскостей и прямых (5 утверждений). Связь параллельности и углов.
12. Утверждение о двух пересекающихся плоскостях, перпендикулярных третьей. Утверждение об угле между плоскостями и угле между прямыми, им перпендикулярными. 3 теоремы о существовании и единственности прямой/плоскости, перпендикулярной заданной прямой/плоскости, проходящей через точку/прямую.
13. Многогранный угол. Трёхгранный угол. Равенство двух трёхгранных углов. 4 признака равенства трёхгранных углов (2 – б/д). Неравенство треугольника для трёхгранного угла. Утверждение о сумме плоских и двугранных углов.
14. Теоремы синусов для трёхгранного угла. Прямоугольный трёхгранный угол: определение, 2 критерия.
15. Теоремы косинусов для трёхгранного угла. Пространственная теорема Пифагора.
16. Многогранники: определение, их элементы. Параллелепипед, призма, тетраэдр, пирамида, усечённая пирамида: определение, их элементы. Выпуклые многогранники. Теорема о сечении выпуклого многогранника.
17. Правильные многогранники, правильные призмы, правильные пирамиды. Их свойства. Теорема о единственности правильных многогранников.
18. Теоремы о центрах параллелепипеда и тетраэдра. Теоремы о сечении параллелепипеда и тетраэдра.
19. Теорема Дезарга. Пространственная теорема Менелая для тетраэдра.
20. Теорема об описанном около тетраэдра параллелепипеде. Утверждения об их элементах. Бивысоты.
21. Перпендикуляр и наклонная. 2 критерия равенства наклонных, выпущенных их одной точки на плоскость. Определения расстояний (2 штуки). Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между плоскостью и прямой.

22. Теорема об общем перпендикуляре к скрещивающимся прямым. Расстояние между двумя прямыми. Расстояние между двумя плоскостями. ГМТ, равноудалённых от двух точек. ГМТ, равноудалённых от трёх точек.
23. Биссекторная плоскость двугранного угла. ГМТ, равноудалённых от граней двугранного угла. Биссектриса трёхгранного угла. ГМТ, равноудалённых от двух пересекающихся прямых. Антибиссектриса трёхгранного угла.
24. Сфера, шар: определение, их элементы. Касательная прямая и плоскость. Критерий касания сферы плоскостью (прямой). Степень точки относительно сферы: определение, корректность, формула. Следствие.
25. Пересечение плоскости (прямой) и сферы (шара). Пересечение двух сфер. Критерий касания двух сфер.
26. Сфера, вписанная в многогранный угол. Существование и единственность вписанной в тетраэдр сферы. Существование и единственность вневписанных в тетраэдр сфер.
27. Существование и единственность полувписанной в тетраэдр сферы.
28. Существование и единственность описанной около тетраэдра сферы. Многогранники и сферы. Цилиндр, конус: их элементы, вписанные/описанные многогранники, сечения. Усечённый конус.
29. Простые фигуры. Объём: определение, простейшие свойства (6 штук). Равновеликие фигуры. Объём прямоугольного параллелепипеда.
30. Лемма о равновеликости произвольной призмы некоторой прямой призме. Объём произвольного параллелепипеда. Объём произвольной многоугольной призмы (2 формулы).
31. Лемма о равновеликости треугольных пирамид. Объём произвольной многоугольной пирамиды. Объём усечённой пирамиды.
32. Объём описанного многогранника. Объём тетраэдра (6 формул). Связь объёма тетраэдра с объёмом описанного около него параллелепипеда. Теорема синусов и теоремы косинусов для тетраэдра. Зависимость между площадями граней тетраэдра и граней описанного около него параллелепипеда.
33. Объём цилиндра. Объём конуса. Объём усечённого конуса. Объём шара (б/д). Площади поверхности цилиндра, конуса, усечённого конуса, шара. Связь площадей плоской фигуры и её ортогональной проекции. Утверждение о делении ребра биссекторной плоскостью двугранного угла тетраэдра при противоположном ребре. Формула для части „треугольной трубы“ между её сечениями.
34. Линейное пространство: определение, следствия из его аксиом (9 штук). Пространство строк действительных чисел. Линейная комбинация, линейная зависимость: определения, лемма о них. Лемма об увеличении зависимой системы векторов.
35. Базис линейного пространства (2 эквивалентных определения). Теорема о количестве векторов в базисе. Размерность линейного пространства. Координаты вектора из линейного пространства: определение, корректность, выдерживание действий операций линейного пространства.
36. Отношение эквивалентности: определение, примеры. Закреплённый вектор: определение, длина, параллельность, сонаправленность, равенство. Свободный (геометрический) вектор: определение, длина, сонаправленность, коллинеарность, компланарность. Сумма двух геометрических векторов и умножение на число. Теорема о множестве свободных (геометрических) векторов.
37. Связь линейной зависимости с коллинеарностью и компланарностью. Размерность пространства свободных векторов пространства (плоскости). Ортогональные и ортонормированные базисы. Аффинная и прямоугольная системы координат. Координаты точки. Выражение координат закреплённого вектора через координаты его концов. Координаты точки, делящей данный отрезок в заданном отношении.
38. Угол между векторами. Скалярное произведение двух векторов: определение, свойства (4 штуки). Теорема косинусов в векторной форме. Выражение скалярного произведения через координаты. Угол между векторами через их координаты.
39. Параллелограмм, натянутый на два вектора. Ориентация базиса векторов. Утверждение об изменении ориентации при перестановке векторов в базисе. Векторное произведение двух векторов: определение, свойства (3 штуки). Выражение векторного произведения через координаты. Площадь параллелограмма, натянутого на два вектора, через их координаты. Формула „бац минус цаб“. Тожество Якоби.
40. Определение уравнения фигуры. Теорема об уравнении плоскости. Вид уравнений параллельных плоскостей. Векторы, параллельные плоскости. Вектор нормали к плоскости. Расстояние от точки до плоскости через координаты. Теорема об уравнении сферы.